Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

**НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО**

Факультет: ПИиКТ

Направление 09.03.04 «Системное и прикладное программное обеспечение»

Мегафакультет: КТиУ

Курсовая работа по дискретной математике

*«****Синтез комбинационных схем****»*

**Выполнил:**

Студент 1 курса,

группа P3115

Вариант 19

Девяткин Арсений Юрьевич

**Преподаватель:**

Поляков Владимир Иванович

Санкт-Петербург

2021 г.

|  |  |
| --- | --- |
| **Условие f = 1** | **Условие f = d** |
|  |  |

# Составление таблицы истинности

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | X1 | X2 | X3 | X4 | X5 | X3X4 | | (X3X4)10 | X1X2X5 | | | (X1X2X5)10 | - | **f** |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | **1** |
| 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | -1 | **1** |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | **0** |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | **1** |
| 5 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | **0** |
| 6 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 2 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | **0** |
| 7 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | **0** |
| 8 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 0 | 0 | 1 | 1 | 2 | **0** |
| 9 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 | -2 | **1** |
| 10 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 3 | -3 | **1** |
| 11 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 2 | -1 | **1** |
| 12 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 3 | -2 | **1** |
| 13 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 | 0 | 1 | 0 | 2 | 0 | **1** |
| 14 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 2 | 0 | 1 | 1 | 3 | -1 | **1** |
| 15 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 3 | 0 | 1 | 0 | 2 | 1 | **0** |
| 16 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 0 | 1 | 1 | 3 | 0 | **1** |
| 17 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 4 | -4 | **d** |
| 18 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 5 | -5 | **0** |
| 19 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 4 | -3 | **1** |
| 20 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 5 | -4 | **d** |
| 21 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 | 1 | 0 | 0 | 4 | -2 | **1** |
| 22 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 2 | 1 | 0 | 1 | 5 | -3 | **1** |
| 23 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 3 | 1 | 0 | 0 | 4 | -1 | **1** |
| 24 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 0 | 1 | 5 | -2 | **1** |
| 25 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 6 | -6 | **0** |
| 26 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 7 | -7 | **0** |
| 27 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 6 | -5 | **0** |
| 28 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 7 | -6 | **0** |
| 29 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 2 | 1 | 1 | 0 | 6 | -4 | **d** |
| 30 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 2 | 1 | 1 | 1 | 7 | -5 | **0** |
| 31 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 3 | 1 | 1 | 0 | 6 | -3 | **1** |
| 32 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 1 | 1 | 1 | 7 | -4 | **d** |

# Представление булевой функции в аналитическом виде

\_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_

КДНФ: ƒ = X1X2X3X4X5 v X1X2X3X4X5 v X1X2X3X4X5 v X1X2X3X4X5 v X1X2X3X4X5 v

\_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_

v X1X2X3X4X5 v X1X2X3X4X5 v X1X2X3X4X5 v X1X2X3X4X5 v X1X2X3X4X5 v X1X2X3X4X5 v

\_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_

v X1X2X3X4X5 v X1X2X3X4X5 v X1X2X3X4X5 v X1X2X3X4X5 v X1X2X3X4X5

\_ \_ \_ \_

ККНФ: ƒ = (X1 v X2 v X3 v X4 v X5)(X1 v X2 v X3 v X4 v X5)(X1 v X2 v X3 v X4 v X5)

\_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_

(X1 v X2 v X3 v X4 v X5)(X1 v X2 v X3 v X4 v X5)(X1 v X2 v X3 v X4 v X5)

\_ \_ \_ \_ \_ \_ \_

(X1 v X2 v X3 v X4 v X5)(X1 v X2 v X3 v X4 v X5)(X1 v X2 v X3 v X4 v X5)

\_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_ \_

(X1 v X2 v X3 v X4 v X5)(X1 v X2 v X3 v X4 v X5)(X1 v X2 v X3 v X4 v X5)

# Минимизация булевой функции методом Квайна-Мак-Класки

Нахождение простых импликант (максимальных кубов).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Ko(ƒ) N(ƒ) | | | K1(ƒ) | | | | K2(ƒ) | | | | K3(ƒ) | | Z(ƒ) | |
| 1 | 00000 | + | 1 | 0000x | 1-2 | + | 1 | 0x00x | 1-8 |  |  |  | 1 | x0000 |
| 2 | 00001 | + | 2 | 0x000 | 1-4 | + | 2 | 0x0x1 | 4-11 |  |  | | 2 | x0011 |
| 3 | 00011 | + | 3 | x0000 | 1-11 |  | 3 | 010xx | 8-13 |  |  | | 3 | x1100 |
| 4 | 01000 | + | 4 | 000x1 | 2-3 | + | 4 | 01x0x | 8-15 |  |  | | 4 | x1111 |
| 5 | 01001 | + | 5 | 0x001 | 2-5 | + | 5 | 01xx1 | 11-17 |  |  | | 5 | 0x00x |
| 6 | 01010 | + | 6 | 0x011 | 3-7 | + | 6 | 10xx0 | 19-25 |  |  | | 6 | 0x0x1 |
| 7 | 01011 | + | 7 | x0011 | 3-13 |  | 7 | 10x1x | 21-28 |  |  | | 7 | 010xx |
| 8 | 01100 | + | 8 | 0100x | 4-5 | + | 8 | 101xx | 24-28 |  |  | | 8 | 01x0x |
| 9 | 01101 | + | 9 | 010x0 | 4-6 | + | 9 | 1x1x0 | 25-31 |  |  | | 9 | 01xx1 |
| 10 | 01111 | + | 10 | 01x00 | 4-8 | + | 10 | 1x11x | 28-32 |  |  | | 10 | 10xx0 |
| 11 | 10000 | + | 11 | 010x1 | 5-7 | + |  |  |  |  |  | | 11 | 10x1x |
| 12 | 10010 | + | 12 | 01x01 | 5-9 | + |  |  |  |  |  | | 12 | 101xx |
| 13 | 10011 | + | 13 | 0101x | 6-7 | + |  |  |  |  |  | | 13 | 1x1x0 |
| 14 | 10100 | + | 14 | 01x11 | 7-10 | + |  |  |  |  |  | | 14 | 1x11x |
| 15 | 10101 | + | 15 | 0110x | 8-9 | + |  |  |  |  |  | |  |  |
| 16 | 10110 | + | 16 | x1100 | 8-18 |  |  |  |  |  |  | |  |  |
| 17 | 10111 | + | 17 | 011x1 | 9-10 | + |  |  |  |  |  | |  |  |
| 18 | 11100 | + | 18 | x1111 | 10-20 |  |  |  |  |  |  | |  |  |
| 19 | 11110 | + | 19 | 100x0 | 11-12 | + |  |  |  |  |  | |  |  |
| 20 | 11111 | + | 20 | 10x00 | 11-14 | + |  |  |  |  |  | |  |  |
|  |  |  | 21 | 1001x | 12-13 | + |  |  |  |  |  | |  |  |
|  |  |  | 22 | 10x10 | 12-16 | + |  |  |  |  |  | |  |  |
|  |  |  | 23 | 10x11 | 13-17 | + |  |  |  |  |  | |  |  |
|  |  |  | 24 | 1010x | 14-15 | + |  |  |  |  |  | |  |  |
|  |  |  | 25 | 101x0 | 14-16 | + |  |  |  |  |  | |  |  |
|  |  |  | 26 | 1x100 | 14-18 | + |  |  |  |  |  | |  |  |
|  |  |  | 27 | 101x1 | 15-17 | + |  |  |  |  |  | |  |  |
|  |  |  | 28 | 1011x | 16-17 | + |  |  |  |  |  | |  |  |
|  |  |  | 29 | 1x110 | 16-19 | + |  |  |  |  |  | |  |  |
|  |  |  | 30 | 1x111 | 17-20 | + |  |  |  |  |  | |  |  |
|  |  |  | 31 | 111x0 | 18-19 | + |  |  |  |  |  | |  |  |
|  |  |  | 32 | 1111x | 19-20 | + |  |  |  |  |  | |  |  |

# Импликантная таблица

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Простые**  **импликанты**  **(максимальные кубы)** | **0 – кубы** | | | | | | | | | | | | | | | |
| 0  0  0  0  0 | 0  0  0  0  1 | 0  0  0  1  1 | 0  1  0  0  0 | 0  1  0  0  1 | 0  1  0  1  0 | 0  1  0  1  1 | 0  1  1  0  0 | 0  1  1  0  1 | 0  1  1  1  1 | 1  0  0  1  0 | 1  0  1  0  0 | 1  0  1  0  1 | 1  0  1  1  0 | 1  0  1  1  1 | 1  1  1  1  0 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 1. X0000 | \* |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1. X0011 |  |  | \* |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1. X1100 |  |  |  |  |  |  |  | \* |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1. X1111 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | \* |  |  |  |  |  |  |
| 1. 0X00X | \* | \* |  | \* | \* |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1. 0X0X1 |  | \* | \* |  | \* |  | \* |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1. 010XX |  |  |  | \* | \* | (\*) | \* |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1. 01X0X |  |  |  | \* | \* |  |  | \* | \* |  |  |  |  |  |  |  |
| 1. 01XX1 |  |  |  |  | \* |  | \* |  | \* | \* |  |  |  |  |  |  |
| 1. 10XX0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | \* | \* |  | \* |  |  |
| 1. 10X1X |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | \* |  |  | \* | \* |  |
| 1. 101XX |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | \* | (\*) | \* | \* |  |
| 1. 1X1X0 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | \* |  | \* |  | \* |
| 1. 1X11X |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | \* | \* | \* |

# Определение существенных импликант

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Простые**  **импликанты**  **(максимальные кубы)** |  | |  | |
| 0  0  0  0  0 | 0  0  0  0  1 | | 0  0  0  1  1 | | 0  1  1  0  0 | 0  1  1  0  1 | 0  1  1  1  1 | 1  0  0  1  0 | 1  1  1  1  0 |
| a | b | | c | | d | e | f | g | h |
| 1. x0000 | \* |  | |  | |  |  |  |  |  |
| 1. x0011 |  |  | | \* | |  |  |  |  |  |
| 1. x1100 |  |  | |  | | \* |  |  |  |  |
| 1. x1111 |  |  | |  | |  |  | \* |  |  |
| 1. 0x00x | \* | \* | |  | |  |  |  |  |  |
| 1. 0x0x1 |  | \* | | \* | |  |  |  |  |  |
| 1. 01x0x |  |  | |  | | \* | \* |  |  |  |
| 1. 01xx1 |  |  | |  | |  | \* | \* |  |  |
| 1. 10xx0 |  |  | |  | |  |  |  | \* |  |
| 1. 10x1x |  |  | |  | |  |  |  | \* |  |
| 1. 1x1x0 |  |  | |  | |  |  |  |  | \* |
| 1. 1x11x |  |  | |  | |  |  |  |  | \* |

Множество существенных импликант (максимальных кубов) образует ядро покрытия как его обязательную часть:

Определение минимального покрытия методом Петрика:

Выпишем булево выражение Y, определяющее условие покрытия все 0-кубов (существенных вершин), не покрываемых существенными импликантами.

**Возможны следующие варианты покрытия:**

… ещё 30 покрытий

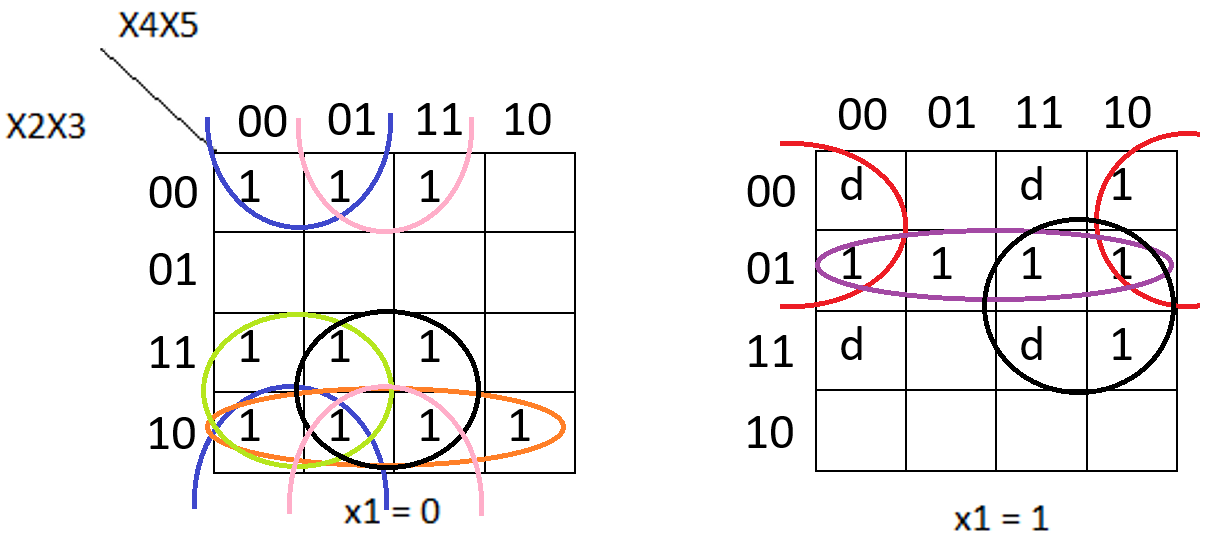
Этому покрытию соответствует МДНФ следующего вида:

МДНФ: ∨ ∨ ∨ ∨ ∨ ∨ ∨

Можно отметить, что число букв (аргументов булевой функции и их отрицаний) в МДНФ совпадает с ценой покрытия Sa , а суммарное число букв и число термов совпадает с ценой покрытия Sb .

**Минимизация булевой функции на картах Карно**

## Определение МДНФ

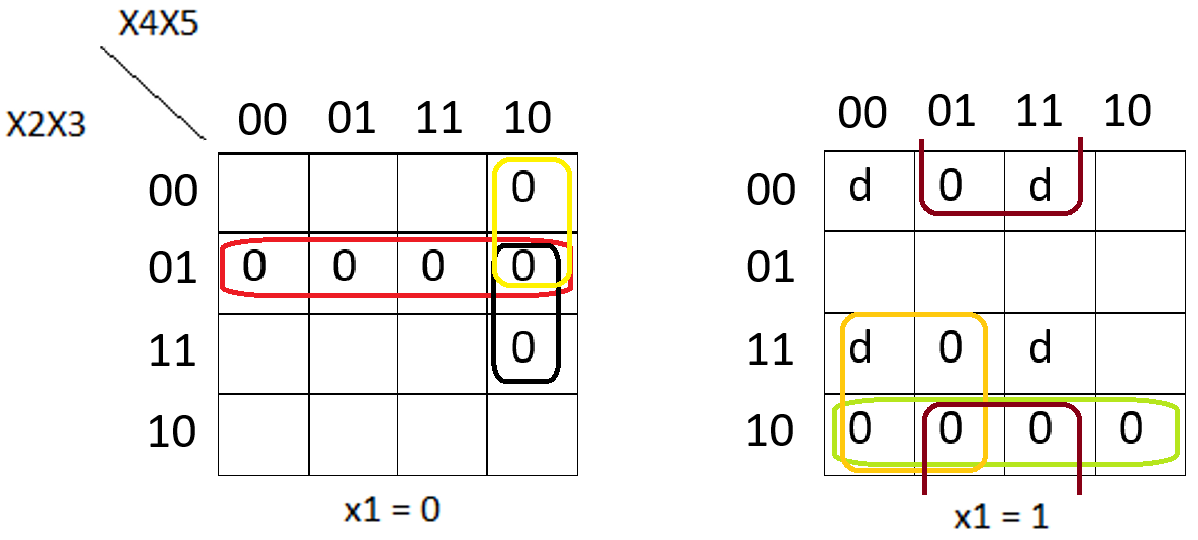


Отметим, что цены минимальных покрытий, полученных методом Квайна – Мак-Класки и с помощью карт Карно, совпадают, так как цена минимального покрытия булевой функции не зависит от метода его нахождения.

МДНФ:

∨ ∨ ∨ ∨ ∨ ∨∨

## Определение МКНФ



МКНФ:

## Преобразование минимальных форм булевой функции

**Факторное преобразование для МДНФ**

f = ∨∨∨∨∨∨∨= (SQ = 32)

= ) ∨ ∨ ∨ = (SQ = 29)

= ∨ ) ∨ ∨ = (SQ = 26)

=((∨) ∨ ∨ (SQ = 24)

Решим задачу декомпозиции применительно к полученной форме.

Для этого введем вспомогательную функцию:

=

SQϕ = 2

SQf = 22

SQ = 24

С использованием декомпозиции цена схемы не изменилась.

**Факторное преобразование для МКНФ**

f = (SQ = 26)

=

(SQ = 21)

Решим задачу декомпозиции применительно к полученной форме.

Для этого введем вспомогательную функцию:

=

SQϕ = 2

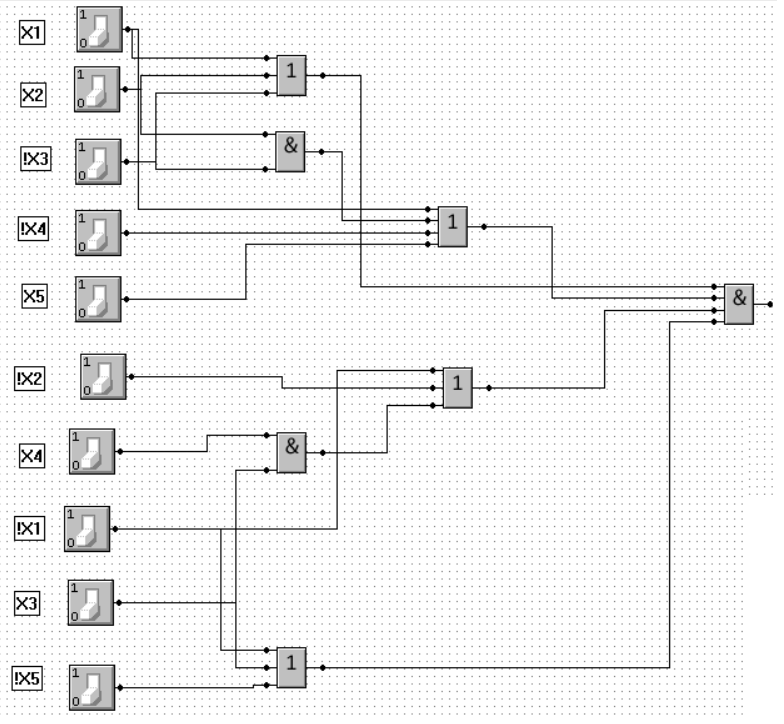
SQf = 19

SQ = 21

С помощью декомпозиции не удалось сократить цену функции.

## Синтез комбинационных схем в булевом базисе

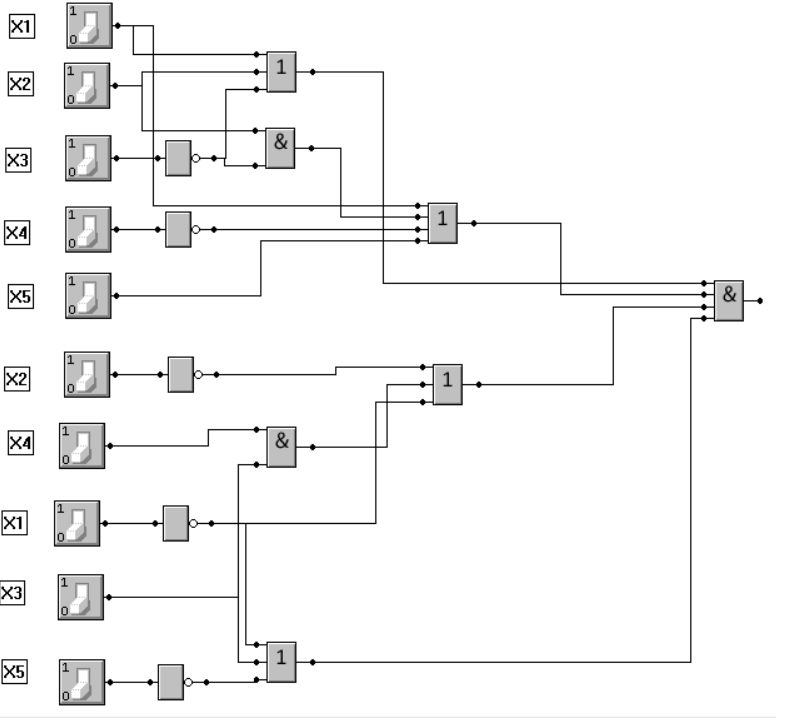
Комбинационная схема, реализующая заданную функцию по аналитической форме, в булевом базисе с парафазными входами:



SQ = 21

T = 3t

Комбинационная схема, реализующая заданную функцию по аналитической форме однофазными входами:

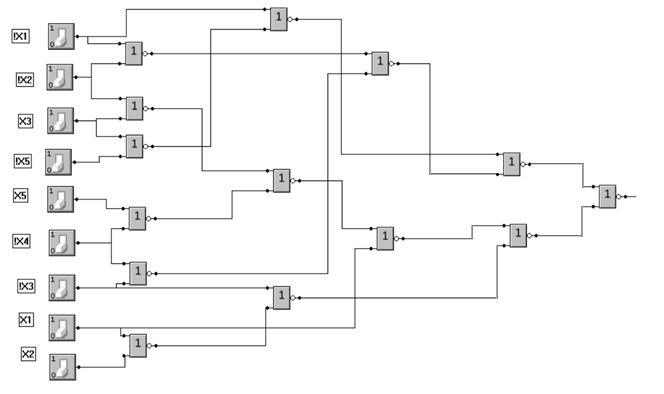


SQ = 26

T = 4t

## Синтез комбинационных схем в универсальных базисах (ИЛИ-НЕ)

По полученному выражению строим схему с парафазными входами в базисе (ИЛИ-НЕ):

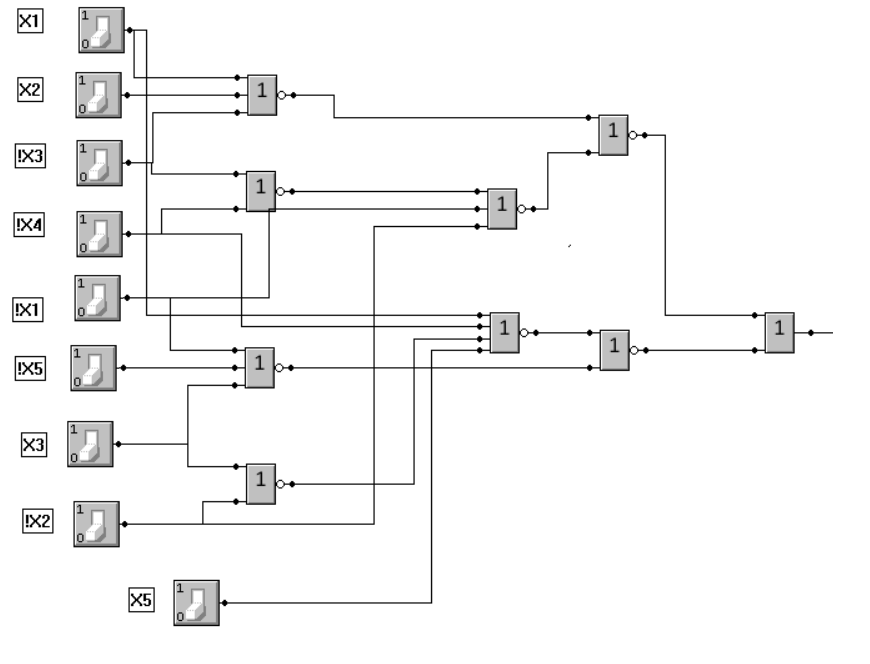


SQ = 28

T = 5t

## Синтез комбинационных схем в сокращенных булевых базисах (ИЛИ, НЕ)

f =



SQ = 23

T = 4t

## Анализ комбинационных схем

